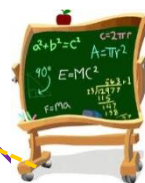






# Contenido

<u>Conoce los contenidos</u>	1
<u>La división</u>	2
<u>Cálculo de los divisores</u>	5
<u>Divisores comunes</u>	8
<u>Números primos y compuestos</u>	9
<u>Criterios de divisibilidad</u>	11
<u>Fraciones</u>	12
<u>Fraciones menores que la unidad</u>	15
<u>Fraciones iguales a la unidad</u>	
<u>Fraciones mayores que la unidad</u>	16
<u>Complicación de fracciones</u>	18
<u>Simplificación de fracciones</u>	19
<u>Fraciones de diferente denominador a igual denominador</u>	21
<u>Guía de aplicación</u>	22





## Conoce los contenidos

El **Gimnasio Virtual San Francisco Javier**, presenta a través de los textos para la educación primaria el programa y la secuencia de los contenidos de matemáticas, enriquecidos con varios videos y temas complementarios.

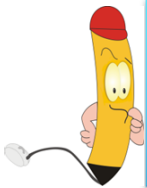
Con el manejo de este texto vas adquirir actitudes, habilidades, capacidades y nociones que te permitirán ampliar tu visión del mundo.

Tus contenidos se agrupan en cuatro unidades que contienen cuatro sesiones de temas y subtemas de varias páginas. Cada tema inicia con un título, una serie de preguntas, cuya finalidad es despertar tu interés por los contenidos; podrás usar esas preguntas al terminar un tema para constatar tu aprendizaje.

Encontrarás imágenes alusivas a los conceptos y temas, videos, esquemas, mapas conceptuales con sentido didáctico.

Los virtualitos te ayudaran a viajar por esta aventura del conocimiento.

### Indaguemos...



Quando encuentres esta imagen sabrás que hay muchas preguntas por responder, las cuales podrás usar al finalizar un tema para constatar lo que has aprendido.



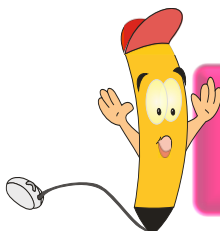
Quando encuentres esta imagen tendrás que realizar las actividades correspondientes a cada tema o subtema.



El arte es parte de tus actividades, da un toque personal cuando vayas a colorear. Ahora tú eres el artista!

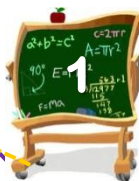


Virtualito te invita a aprender más sobre el tema, investiga nuevas cosas. Que interesante es conocer!



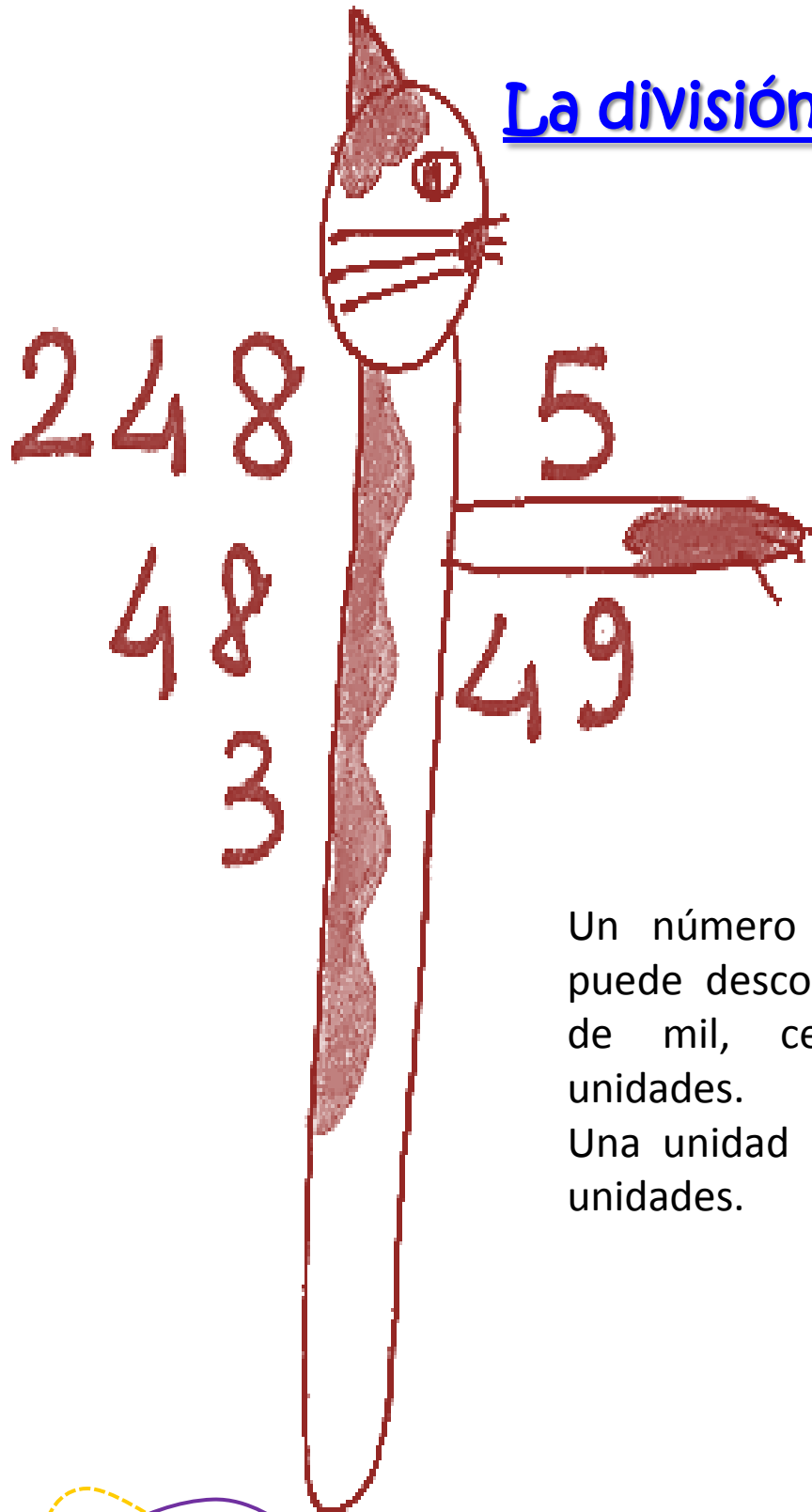
#### Sabías qué?

Encontrarás datos curiosos que te invitan a aprender sobre otros temas relacionados.



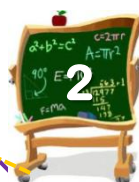


## La división



Un número de cuatro cifras se puede descomponer en: unidades de mil, centenas, decenas y unidades.

Una unidad de mil es igual a mil unidades.





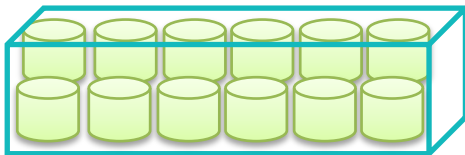
**Los divisores de un número**

<b>Términos</b>	<b>Clase</b>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dividendo (D)</li> <li>• Divisor (d)</li> <li>• Cociente (c)</li> <li>• Residuo (r)</li> </ul>	<table border="1"> <tr> <td>D</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>r</td> <td>c</td> </tr> </table>	D	d	r	c
D	d				
r	c				
	<table border="1"> <tr> <td><b>División Exacta</b></td> <td><b>División Inexacta</b></td> </tr> <tr> <td> <math>r = 0</math>                      Prueba  <math>D = d \times c</math> </td> <td> <math>r \neq 0</math>                      Prueba  <math>D = d \times c + r</math> </td> </tr> </table>	<b>División Exacta</b>	<b>División Inexacta</b>	$r = 0$ Prueba $D = d \times c$	$r \neq 0$ Prueba $D = d \times c + r$
<b>División Exacta</b>	<b>División Inexacta</b>				
$r = 0$ Prueba $D = d \times c$	$r \neq 0$ Prueba $D = d \times c + r$				

En el almacén, tengo cajas de todos los tamaños ¿De qué forma puedo empaquetar 12 latas en cajas iguales sin que me sobre ninguna?

Puedo agrupar las doce latas de 6 formas diferentes:

- En 1 caja:



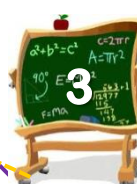
$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 12} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

1 Caja de 12 unidades

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 24} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 24 \phantom{0} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

2 Cajas de 6 unidades

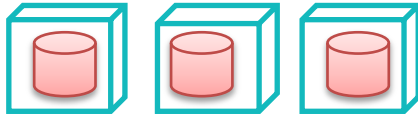
- En 2 cajas:





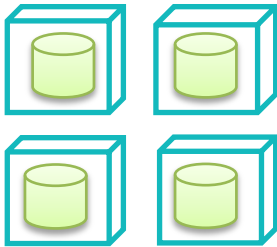
# Unidad 3

- En 3 Cajas:



$$\begin{array}{r} 12 \quad | \quad 3 \\ \hline 0 \quad 4 \end{array}$$

3 Cajas de 4 unidades



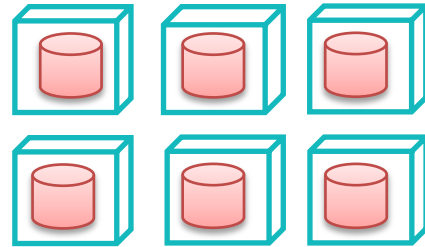
$$\begin{array}{r} 12 \quad | \quad 3 \\ \hline 0 \quad 4 \end{array}$$

- En 4 Cajas:

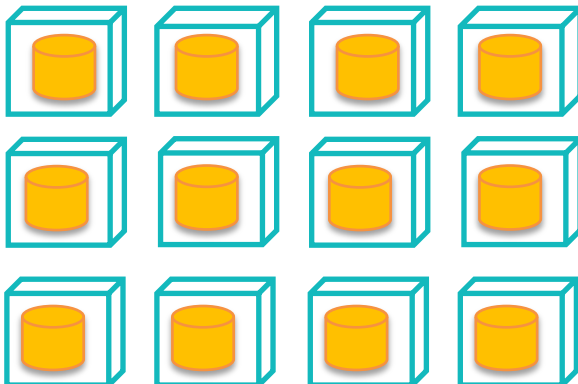
4 Cajas de 3 unidades

$$\begin{array}{r} 12 \quad | \quad 6 \\ \hline 0 \quad 2 \end{array}$$

- En 6 Cajas:



6 Cajas de 2 unidades

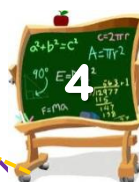


$$\begin{array}{r} 12 \quad | \quad 12 \\ \hline 0 \quad 1 \end{array}$$

- En 12 Cajas:

12 Cajas de 1 unidad

Para empaquetar las doce latas, podemos utilizar cajas de 1,2,3,4,6, y 12 unidades.





Los divisores de un número son aquellos que lo dividen y su residuo es cero (0).

Para calcular los divisores de un número, lo dividimos entre los números naturales menores que él, y anotamos los que den división exacta, es decir, residuo cero.



## Cálculo de los divisores

¿De qué forma se pueden empaquetar 10 cajas de papel sin que sobre ninguna?

Para averiguarlo tenemos que calcular los divisores de 10, es decir, los números que dividen a 10 y su residuo es cero.

10 | 1  
0 | 10

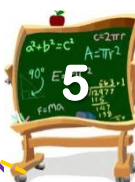
### Dividimos entre 1

División exacta: 1 es divisor de 10.

10 | 2  
0 | 8

### Dividimos entre 2

División exacta: 2 es divisor de 10.





$$\begin{array}{r} 10 \phantom{0} \\ 5 \overline{) 10} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

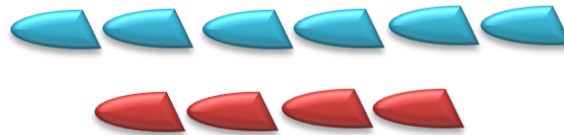
## Dividimos entre 5



División exacta: 5 es divisor de 10.

$$\begin{array}{r} 10 \phantom{0} \\ 6 \overline{) 10} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 4 \phantom{0} \end{array}$$

## Dividimos entre 6



División entera: 6 no es divisor de 10.

$$\begin{array}{r} 10 \phantom{0} \\ 7 \overline{) 10} \\ \underline{7} \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \end{array}$$

## Dividimos entre 7



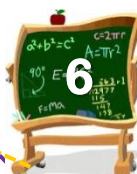
División entera: 7 no es divisor de 10.

$$\begin{array}{r} 10 \phantom{0} \\ 8 \overline{) 10} \\ \underline{8} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \end{array}$$

## Dividimos entre 8



División entera: 8 no es divisor de 10.







$$\begin{array}{r} 10 \phantom{0} \\ 9 \phantom{0} \\ \hline 1 \phantom{0} \\ 9 \phantom{0} \\ \hline 1 \phantom{0} \end{array}$$

Dividimos entre 9



División entera: 9 no es divisor de 10.

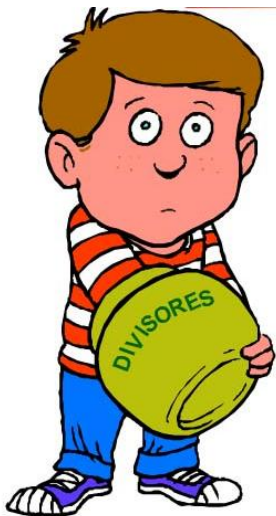
$$\begin{array}{r} 10 \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 0 \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 0 \phantom{0} \end{array}$$

Dividimos entre 8



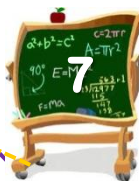
División exacta: 10 es divisor de 10.

Cualquier número tiene al menos dos divisores: él mismo y el uno.



¿Es 4 divisor de 12?

$$\begin{array}{r} \text{b} \quad 12 \phantom{0} \\ \text{a} \quad 4 \phantom{0} \\ \hline 0 \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \hline 0 \phantom{0} \end{array} \quad \text{Sí. La división es exacta}$$





## Divisores comunes

Llamamos **divisores comunes** de varios números a aquellos divisores que se repiten en todos esos números.

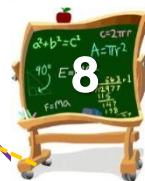
Clara tiene 12 dulces y pablo 18 colombinas. Quieren hacer grupos con los dulces y las colombinas de forma que haya el mismo número de confites de cada tipo.

Clara y Pablo pueden hacer los siguientes grupos de confites.

Grupos posibles con 12 dulces.	Grupos posibles con 18 colombinas.
1 grupo de 12 dulces	1 grupo de 18 colombinas
2 grupos de 6 dulces	2 grupos de 9 colombinas.
3 grupos de 4 dulces	3 grupos de 6 colombinas.
4 grupos de 3 dulces	6 grupos de 3 colombinas.
6 grupos de 2 dulces	9 grupos de 2 colombinas.
12 grupos de 1 dulce	18 grupos de 1 colombina.

Para que haya el mismo número de golosinas pueden hacer 1, 2, 3 ó 6 golosinas de cada tipo. Observa que 1, 2, 3 y 6 son los divisores comunes de 12 y 18.

Si queremos saber cuál es el número máximo de golosinas que podemos hacer sin que sobre ningún dulce o colombina, basta con mirar cuál es el mayor de los divisores comunes. En este caso, es **6**. A este número se le llama **máximo común divisor**.





El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes. Lo abreviamos así: m.c.d.

## Números primos y compuestos

Durante los recreos, los 5 alumnos de una clase pertenecientes al equipo de baloncesto, quieren hacer grupos iguales para ensayar las jugadas de baloncesto. ¿Cómo podemos agruparlos?



Para averiguarlo calculamos los divisores de 5.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 3} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 4} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 0 \end{array}$$

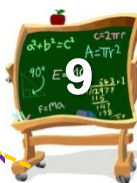
Se puede formar sólo grupos de 5 y de 1.

El número 5 sólo tiene dos divisores: 1 y 5.



**Un número primo**, es un número que sólo tiene dos divisores, el 1 y él mismo.

**Un número compuesto**, es un número que tiene más de dos divisores.





Los divisores o factores de un número, que son números primos se llaman **factores primos**.

45 termina en 5, entonces es divisible por 5 (5 en 45 cabe 9 veces).  $45 = 5 \times 9$

9 no es número primo, es divisible por 3 (3 en 9 cabe 3 veces)  $45 = 5 \times 3 \times 3$

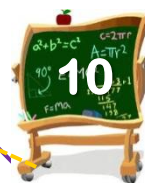
5 y 3 son números primos; 45 se descompone en factores primos así.  $45 = 5 \times 3 \times 3$

Para descomponer un número en sus factores primos, se divide por el menor primo divisor del número; el cociente se divide por el menor primo divisor, y así sucesivamente.

## ¿Sabes cuántos números primos hay?

Desde los griegos se sabe que los números primos son infinitos. Te voy a enseñar a construir una tabla que contenga los números primos menores que 100. Esta tabla se llama **Criba de Eratóstenes**, por haber sido este matemático griego quien la construyó.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100





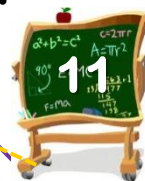
- Tachando de 2 en 2 a partir del 2 (primer número primo), se suprimen los números compuestos múltiplos de 2. Así quedan tachados a la vez los múltiplos de 2 y de 4.
- Tachando de 3 en 3 a partir de 3 se suprimen los números compuestos múltiplos de 3. Algunos de estos números los encontrarás ya tachados por que también son múltiplos de 2.
- Tachando de 5 en 5 a partir de 5 se suprimen los números compuestos múltiplos de 5.
- Tachando de 7 en 7 a partir de 7 se suprimen los números compuestos múltiplos de 7.
- El primer número primo después de 7 es el 11, y tachando de 11 en 11 a partir del 11, se eliminan todos sus múltiplos. Pero al hacer esto se observa que ya están todos los múltiplos de 11 tachados, por lo que no hace falta continuar.
- 

## Criterios de divisibilidad

Muchas veces no es necesario hacer la división para saber si un número es divisible por otro o no.

Números divisibles por 2	Números divisibles por 3
2 12 22 32 ... terminan en 2	3 12 21 30 ... sus cifras suman 3
4 14 24 34 ... terminan en 4	6 15 24 33 ... sus cifras suman 6
6 16 26 36 ... terminan en 6	9 18 21 36 ... sus cifras suman 9
8 18 28 38 ... terminan en 8	
10 20 30 40 ... terminan en 0	

- Un número es divisible por 2 si termina en 0 o cifra par.
- Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es divisible por 5 si termina en cero (0) o en 5.
- Un número es divisible por 10 si termina en 0.





## Fracciones

### Fracciones de una unidad

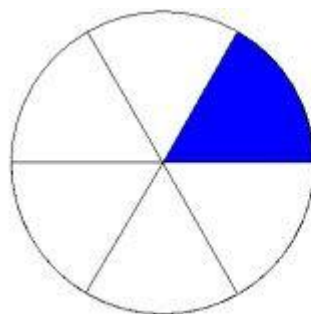
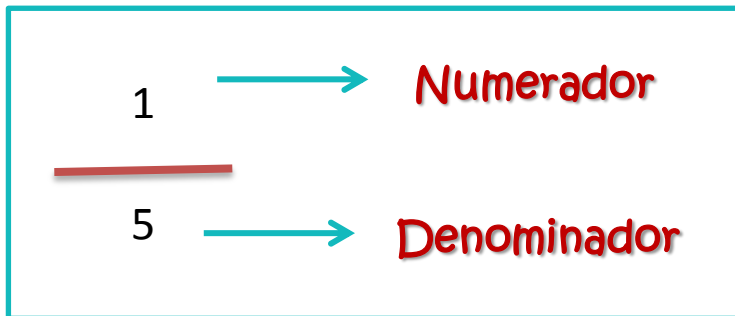


La **unidad fraccionaria** es cada una de las partes que se obtienen al dividir la unidad en partes iguales. <http://www.youtube.com/watch?v=vB4uMRgSz-s>



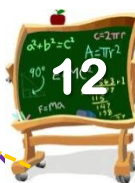
$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{5}$$



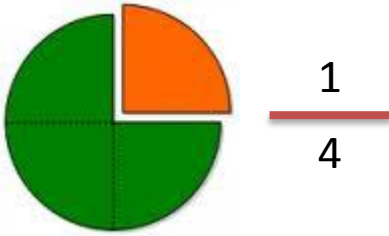
$$\frac{1}{6}$$

numerador  
denominador





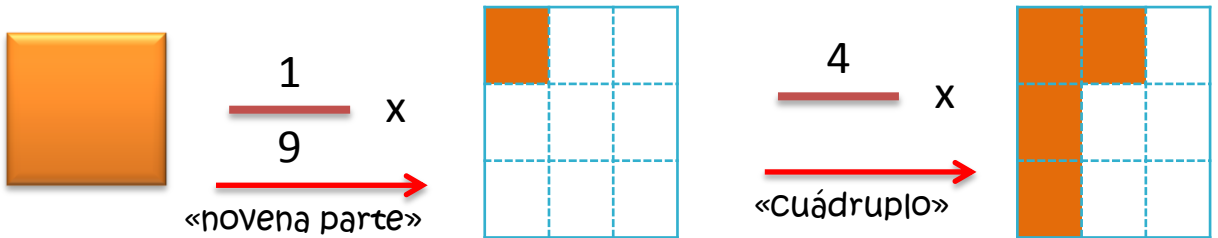
Una **fracción** es el **cociente** de **dos números enteros** a y b, que representamos de la siguiente forma:.



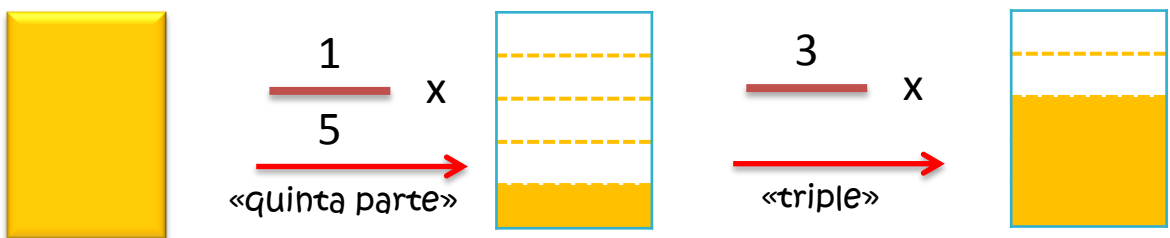
*El numerador*, indica el numero de unidades fraccionarias elegidas.

*El denominador*, indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.

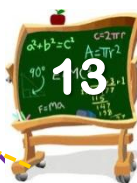
## Descubre otras fracciones



$$\frac{4}{9} \quad \text{Cuatro novenos}$$

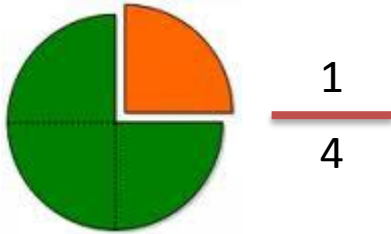


$$\frac{3}{5} \quad \text{Tres quintos}$$





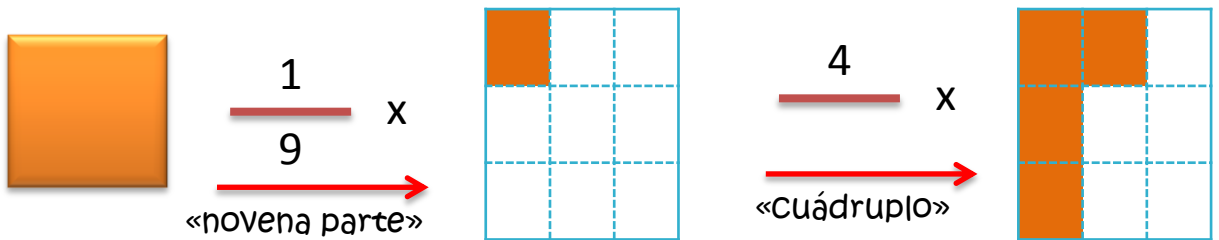
Una **fracción** es el **cociente** de **dos números enteros** a y b, que representamos de la siguiente forma:.



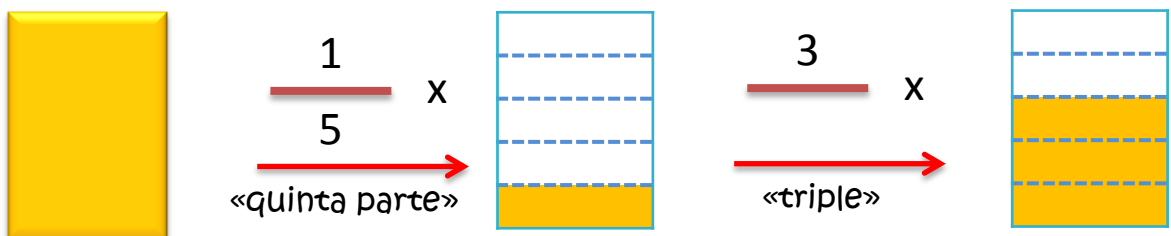
*El numerador*, indica el numero de unidades fraccionarias elegidas.

*El denominador*, indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.

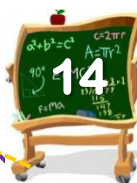
## Descubre otras fracciones



$$\frac{4}{9} \text{ Cuatro novenos}$$



$$\frac{3}{5} \text{ Tres quintos}$$





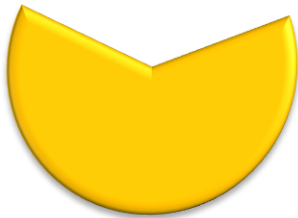


## Fracciones menores que la unidad Fracciones iguales a la unidad



$$\frac{3}{4} < 1$$

Tres cuartos de una pizza es menos que una pizza:



$$\frac{5}{8} < 1$$

Cinco octavos de una pizza es menos que una pizza entera.

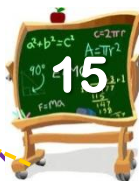
Las fracciones  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{5}{8}$  son menores que la unidad porque las partes iguales que significan son menores que las partes iguales

Las fracciones con numerador menor que el denominador son menores que 1.

Las fracciones con numerador igual al denominador equivalen a 1.

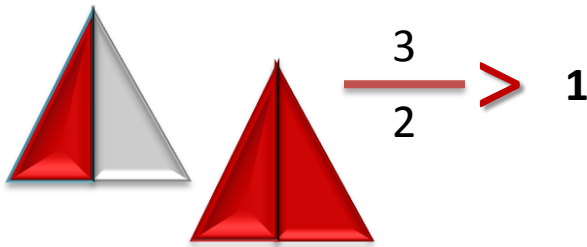


$$\frac{4}{4} = 1$$





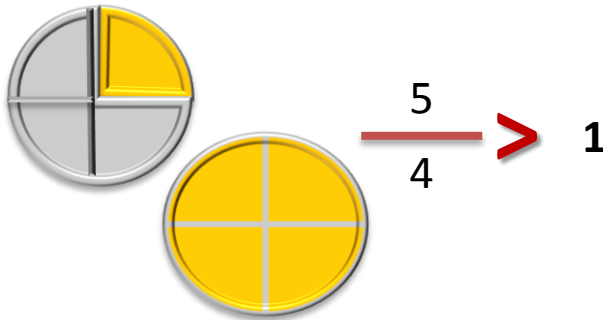
## Fraciones mayores que la unidad



Tres mitades de «señales» son rojas:  $\frac{3}{2}$ .  
Más de una señal es roja.

La fracción  $\frac{3}{2}$  es mayor que la unidad.

El numerador 3, es mayor que el denominador 2.



Cinco cuartas partes de «medalla» son amarillas:  $\frac{5}{4}$ .

Una medalla y un cuarto más son amarillas.

La fracción  $\frac{5}{4}$  es mayor que la unidad.

El numerador 5, es mayor que el denominador 4.

Las fracciones  $\frac{3}{2}$  y  $\frac{5}{4}$  son mayores que la unidad. Estas fracciones tienen el numerador mayor que el denominador.

Las fracciones mayores que uno, tienen el numerador mayor que el denominador.





Encuentra fracciones equivalentes.

Verifica:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \quad \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

$$\frac{8}{16} = \frac{16}{32} \quad \frac{2}{4} = \frac{8}{16}$$

$$1 \times 4 = 2 \times 2$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \quad \frac{1}{2} = \frac{8}{16} \quad \frac{1}{2} = \frac{16}{32}$$

Verifica:

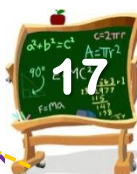
$$\frac{4}{8} = \frac{16}{32} \quad \frac{2}{4} = \frac{16}{32} \quad \frac{16}{32}$$

$$1 \times 8 = 2 \times 4$$

Las fracciones  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{8}{16}$ ,  $\frac{16}{32}$ , son nombres para el mismo número.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \frac{16}{32}$$

Porque son fracciones equivalentes.

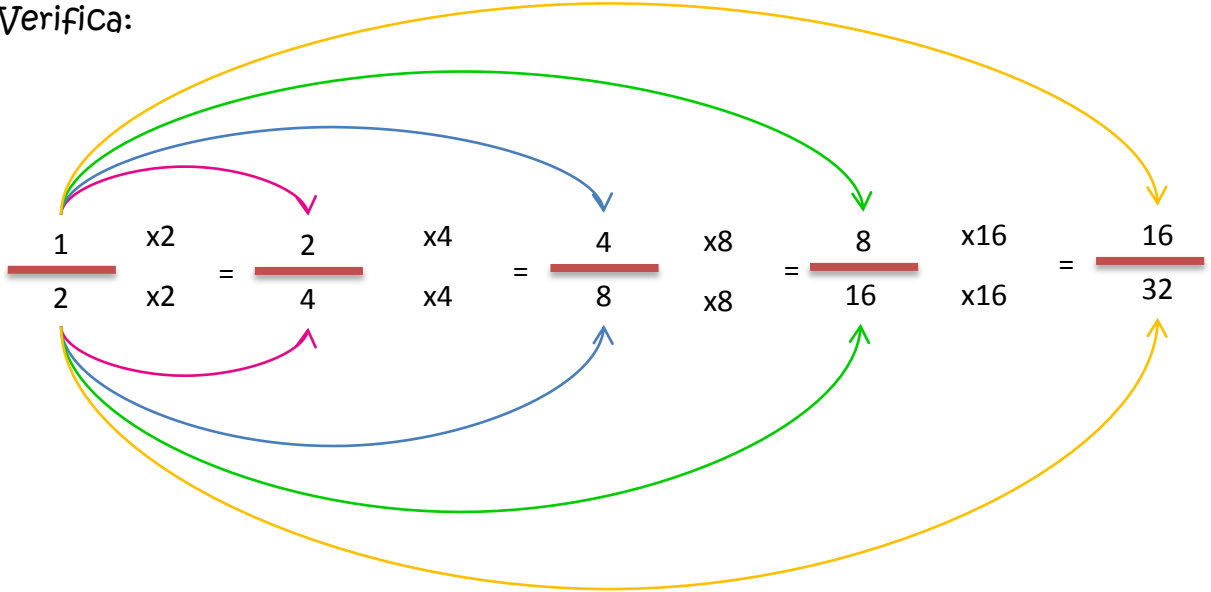




## Complificación de fracciones

Las fracciones equivalente se obtienen al multiplicar el numerador y denominador de la fracción por un mismo número. <http://www.youtube.com/watch?v=kNpoD4RgndE>

Verifica:



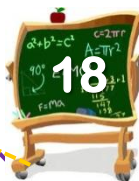
El proceso de multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número se llama **complificación**.



Complificar por 7 cada fracción para encontrar fracciones equivalentes:

$$\frac{2}{5} = \frac{14}{35} \quad \leftarrow \begin{array}{l} 2 \times 7 \\ 5 \times 7 \end{array}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{14}{35} \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35} \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35}$$





## Simplificación de fracciones

Las fracciones  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{4}{10}$  son equivalentes. ¿Por qué razón?

Podemos transformar la fracción  $\frac{2}{5}$  en  $\frac{4}{10}$  complicado:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

Diagram showing the transformation of the fraction  $\frac{2}{5}$  to  $\frac{4}{10}$ . The numerator 2 is multiplied by 2 to become 4, and the denominator 5 is multiplied by 2 to become 10. Circles around the numbers 2 and 5 contain "x2", with arrows pointing to the new values.



$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Diagram showing the simplification of the fraction  $\frac{4}{10}$  to  $\frac{2}{5}$ . The numerator 4 is divided by 2 to become 2, and the denominator 10 is divided by 2 to become 5. Circles around the numbers 4 and 10 contain "÷2", with arrows pointing to the new values.

<http://www.youtube.com/watch?v=U7RDv5Bvtxs>

El numerador y el denominador de la fracción  $\frac{4}{10}$  son números pares; significa que son divisibles por 2:

Dividamos por 2 el numerador y el denominador de  $\frac{4}{10}$ :

La notación obtenida:  $\frac{2}{5}$ , es más simple que  $\frac{4}{10}$ .

El proceso de divide el numerador y denominador de una fracción, por el mismo número se llama **simplificación**.





# Unidad 3

$$\frac{10}{20}$$

10 y 20 son divisibles por 2 por ser números pares, por terminar en cero son divisibles por 5 o por 10.

Al simplificar por 2 se obtiene  $\frac{10}{20} = \frac{10}{20}$

Al simplificar por 5 se obtiene  $\frac{10}{20} = \frac{2}{4}$

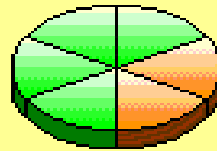
Al simplificar por 10 se obtiene  $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

Entonces:

Al simplificar se obtienen fracciones equivalentes.

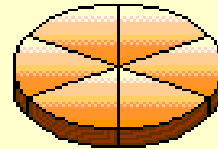
$$\frac{10}{20} = \frac{5}{10} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**Fraciones propias**, son aquellas en las que el numerador es **menor** que el denominador, por lo tanto, son **menores** que la unidad.



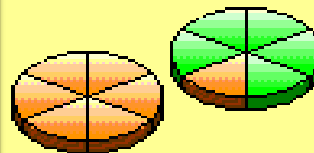
$$\frac{2}{6} < 1$$

**Fraciones aparentes**, son aquellas en las que el numerador es **igual** al denominador, por lo tanto, son **iguales** a la unidad.



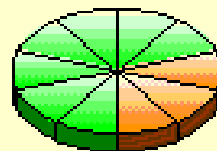
$$\frac{6}{6} = 1$$

**Fraciones impropias**, son aquellas en las que el numerador es **mayor** que el denominador, por lo tanto, son **mayores** que la unidad.

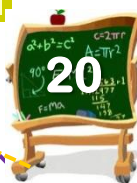


$$\frac{7}{6} > 1$$

**Fraciones decimales**, son aquellas en las que el denominador es **10, 100, 1000, etc.**, o sea la **unidad seguida de ceros**.



$$\frac{3}{10}$$

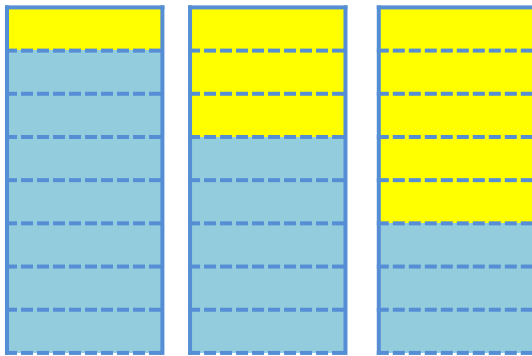




## Fraciones de diferente denominador a igual denominador

Observa los denominadores en cada grupo de fraccionarios.

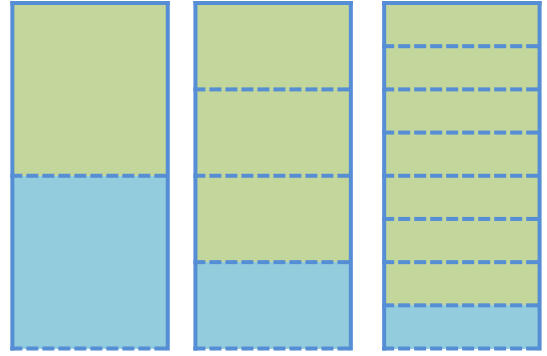
### Fraciones homogéneas



$$\frac{1}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{5}{8}$$

Estas fracciones tienen igual denominador.

### Fraciones no homogéneas



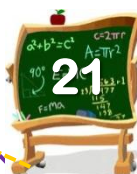
$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{8}$$

Estas fracciones tienen diferente denominador.

Para convertir  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{7}{8}$  en fracciones de igual denominador hay que hallar el m.c.m. de los denominadores 2, 4, 8: **8**.

2	4	8	2
1	2	4	2
	1	2	2
		1	

$$\text{M.C.D.} = 2 \times 2 \times 2$$





**Gimnasio Virtual San Francisco Javier**  
**«Valores y tecnología para la formación integral del ser humano»**

**Cajicá, Cundinamarca. Km 2 Vía Tabio**  
**Colombia**